

2018~2019学年天津南开区天津市南开中学高一下学期期中数学试卷

一、填空题（本大题共10小题，每小题4分，共40分）

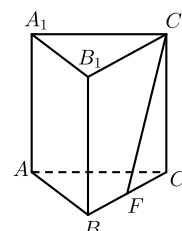
1. 已知 $\overrightarrow{AB} = (3, 4)$, A 点坐标为 $(-2, -1)$, 则 B 点坐标为 ().

- A. $(5, 5)$ B. $(-5, -5)$ C. $(1, 3)$ D. $(-5, 5)$

2. 已知圆锥 L 和球 O , 圆锥 L 的底面半径等于球 O 的半径, 圆锥 L 的高等于球 O 的直径, 则圆锥 L 的体积与球 O 的体积之比是 ().

- A. $3:2$ B. $2:3$ C. $2:1$ D. $1:2$

3. 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, F 是 BC 中点, 连接 C_1F , 则在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱所在直线中, 与直线 C_1F 异面的直线有 () 条.



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. 下列说法正确的是 ().

- A. 若直线 a 与平面 α 内无数条直线平行, 则 $a \parallel \alpha$
 B. 平行四边形的直观图是平行四边形
 C. 经过一条直线和一个点确定一个平面
 D. 如果两个平面平行, 那么在这两个平面内的两条直线平行

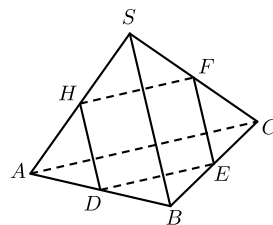
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且满足 $b \cos C = (3a - c) \cos B$, 若 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 4$, 则 ac 的值为 ().

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

6. 设 P, Q 为 $\triangle ABC$ 所在平面内两点, 若点 P 满足 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$, 点 Q 满足 $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \vec{0}$, 则 P, Q 分别为 $\triangle ABC$ 的 ().

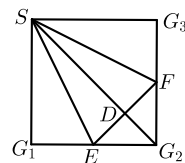
- A. 内心、重心 B. 垂心、重心 C. 重心、垂心 D. 外心、重心

7. 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为6的正三角形, $SA = SB = SC = 15$, 平面 $DEFH$ 分别与 AB 、 BC 、 SC 、 SA 交于 D 、 E 、 F 、 H , D 、 E 分别是 AB 、 BC 的中点, 如果直线 $SB \parallel$ 平面 $DEFH$, 那么四边形 $DEFH$ 的面积为 () .



- A. $\frac{45}{2}$ B. $\frac{45\sqrt{3}}{2}$ C. 45 D. $45\sqrt{3}$

8. 如图, 在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中, E 、 F 分别是 G_1G_2 、 G_2G_3 的中点, D 是 EF 的中点, 现在沿 SE 、 SF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体, 使 G_1 、 G_2 、 G_3 三点重合, 重合后的点记为 G , 那么在四面体 $S-EFG$ 中, 必有 () .



- A. $SD \perp \triangle EFG$ 所在平面 B. $SG \perp \triangle EFG$ 所在平面
C. $GD \perp \triangle SEF$ 所在平面 D. $GF \perp \triangle SEF$ 所在平面

9. 若单位向量 $\vec{e}_1$ 、 $\vec{e}_2$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则向量 $\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$ 与向量 $\vec{e}_1$ 的夹角为 () .

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 正四面体 $ABCD$ 中, E 在棱 AB 上, F 在棱 CD 上, 使得 $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{FD} = 2$, α 表示 EF 与 AC 所成的角, β 表示 EF 与 BD 所成角, 则 $\alpha + \beta =$ () .

- A. 120° B. 90° C. 60° D. 30°

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共26分)

11. 已知向量 $\vec{a} = (m, 4)$, $\vec{b} = (3, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____ .

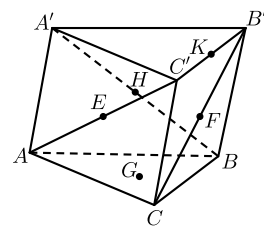
12. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 4$, $AD = 2\sqrt{2}$, $AA_1 = 2\sqrt{3}$, 若此长方体的所有顶点在一个球面上, 则这个球的体积为 _____ .

13. 在 $\triangle ABC$ 中, a , b , c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A , B , C 的对边, 若 $c = 2a \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 的形状一定是 _____ 三角形.

14. 已知平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 点 P 是 α 、 β 外一点, 过点 P 的直线 m 与 α 、 β 分别交于点 A 、 C , 过点 P 的直线 n 与 α 、 β 分别交于点 B 、 D , 且 $PA = 6$, $AC = 9$, $PD = 8$, 则 BD 的长为 _____ .

15. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle BAD = 120^\circ$, 点 E , F 分别在边 BC , DC 上, $BE = \frac{1}{2}BC$, $DF = \lambda DC$. 若 $\vec{AE} \cdot \vec{AF} = 1$, 则 $\lambda =$ _____ .

16. 如图, 在三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 中, 点 E, F, H, K 分别为 $AC', CB', A'B, B'C'$ 的中点, G 为 $\triangle ABC$ 的重心. 从 K, H, G, B' 中取一点作为 P , 使得该棱柱恰有 2 条棱与平面 PEF 平行, 有以下四个结论: ① P 为 K ; ② P 为 H ; ③ P 为 G ; ④ P 为 B' . 其中所有正确的序号是 _____.



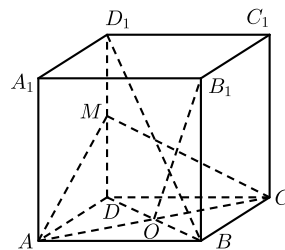
三、解答题 (本大题共3小题, 共36分)

17. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 满足 $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$.

(1) 求 A .

(2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $b + c$ 的值.

18. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为棱 DD_1 的中点, O 为线段 AC 的中点.

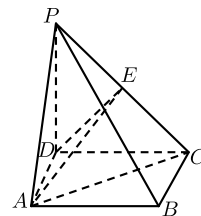


(1) 证明: 直线 $BD_1 \parallel$ 平面 MAC .

(2) 求异面直线 AM 和 BD_1 所成角的余弦值.

(3) 证明: $B_1O \perp AC$. (本题不能使用空间向量解题)

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD = DC = 4$, $AD = 2$, E 为 PC 的中点.



- (1) 求证: $DE \perp$ 平面 PBC .
- (2) 求三棱锥 $P-ADE$ 的体积.
- (3) 在线段 AC 上是否存在一点 M , 使得 $PA \parallel$ 平面 EDM , 若存在, 求出 AM 的长. 若不存在, 请说明理由.
- (本题不能使用空间向量解题)